

PAUeczka Akademicka

Półtora roku temu, z inicjatywy Profesora Andrzeja Białasa Polska Akademia Umiejętności stworzyła płaszczyznę spotkań dla młodych ludzi, interesujących się nauką i sztuką. Skupia ona studentów, doktorantów i asystentów z różnych uczelni i kierunków studiów, którzy w liczbie około stu osób, spotykają się regularnie co miesiąc, aby rozmawiać o swoich problemach badawczych, a także dyskutować na tematy szersze: o Polsce, o powiązaniu nauki ze sztuką, literaturą i poezją itp. Grupa ta przyjęła żartobliwą nazwę „PAUeczka”. Niniejszym artykułem rozpoczynamy w „PAUzie Akademickiej” publikowanie niektórych komunikatów przedstawionych na forum „PAUeczki”.

ANDRZEJ SZCZEKLIK

Sprzężenia zwrotne w systemach dynamicznych

Prawidłowe funkcjonowanie wielu rzeczywistych układów zapewniane jest poprzez mechanizm sprzężenia zwrotnego. Jest to mechanizm oddziaływania na układ, w którym realizowane są obserwacje jego stanu i sterowanie układem w celu uzyskania zmiany stanu na pożądaną w danej chwili.

Obrazowo można to przedstawić na przykładach z życia codziennego. Przykładowo, jesteśmy w jakimś pomieszczeniu i stwierdzamy, że jest zimno, chcemy zwiększyć temperaturę, zatem włączamy grzejnik i temperatura wzrasta. Gdy temperatura wzrośnie za bardzo, to wyłączamy grzejnik. Inna sytuacja: czytamy książkę w nocy, jest zbyt ciemno, zatem włączamy światło i uzyskujemy nowy, pożądaną stan w postaci lepszego oświetlenia. Gdy nastanie dzień, światło możemy wyłączyć.

W obu tych przypadkach działamy jako sprzężenie zwrotne, to znaczy dokonujemy obserwacji obecnego stanu interesującego nas zjawiska, uznajemy, że ze względu na różne kryteria korzystniejszej będzie zmienić ten stan i dokonujemy takiego sterowania układem, aby uzyskać stan pożądaną. Układami w tych przypadkach można nazwać np. grzejnik i osobę zmieniającą temperaturę w pomieszczeniu, a w drugim przypadku np. lampę dającą światło i osobę zmieniającą poziom jasności obszaru, w którym czytamy książkę. Okazuje się, że liczne układy (np. biologiczne) same dokonują „korekty” swoich zachowań, np. zdrowy ludzki organizm utrzymuje stałą temperaturę ciała. W przypadku drastycznego zaburzenia pracy układu, gdy wewnętrzne sprzężenia nie mogą zapewnić jego prawidłowego funkcjonowania, zmiany stanu można dokonać generując odpowiednie sterowanie zewnętrzne, np. w przypadku organizmu ludzkiego poprzez interwencję medyczną.

Sterowany układ (system) dynamiczny może być utożsamiany z odpowiednim równaniem różniczkowym (zob. np. [1], [4]), które jest dobrym modelem wielu rzeczywistych procesów (biologicznych, elektrycznych, mechanicznych, ekonomicznych itp.). Szczegółowe badania systemów dynamicznych oraz duża zgodność rozważań teoretycznych z obserwacjami rzeczywistymi, nasuwa spostrzeżenie, że wiele procesów ma taką strukturę, jak struktura ich matematycznych modeli. Prowadzi to do hipotez o matematyczności świata, rozważanych przez wielu uczonych.

Jednym z przykładów wykorzystania idei sprzężenia zwrotnego jest matematyczny model procesu tworzenia się i rozpadu krwinek czerwonych, nazywany modelem

(równaniem) Lasoty–Ważewskiej. Został on sformułowany przez Marię Ważewską-Czyżewską i Andrzeja Lasotę w pracy [5]. Na podstawie dostępnych wiadomości biologicznych autorzy artykułu [5] skonstruowali sprzężenie zwrotne z opóźnieniem, określające produkcję krwinek czerwonych i skojarzyli je ze znanym równaniem dynamiki populacyjnej McKendrick’a–Von Förster’a. W ten sposób powstał matematyczny model wykazujący dużą zgodność z danymi eksperymentalnymi. Z równaniem Lasoty–Ważewskiej łączy się stochastyczne podejście do chaosu, gdzie jest on badany przy zastosowaniu metod teorii ergodycznej (zob. [3], [2]). Na gruncie tej teorii pokazuje się związek zachowań chaotycznych ze strukturą teoretycznych modeli układów biologicznych, co sugeruje, że nieregularne zachowania rzeczywistych systemów biologicznych mogą – przy pewnych warunkach – być własnością tych systemów, a nie wynikiem np. błędów pomiarowych [2].

W moich badaniach analizuję wpływ nieliniowych sprzężeń zwrotnych, na dynamikę modeli procesów powstawania komórek krwi. Między innymi rozważam sprzężenia zwrotne, zadawane poprzez nieliniowości unimodalne (z jednym maksimum), które określają rzeczywiste zależności w procesie krwiotworzenia, a w modelach matematycznych generują bardzo bogatą dynamikę.

PAWEŁ JÓZEF MITKOWSKI

Doktorant,
Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Elektroniki
Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie

Literatura

- [1] M.W. Hirsh, S. Smale, R.L. Devaney. *Differential Equations, Dynamical Systems & An Introduction to Chaos*. Elsevier (USA) (2004).
- [2] A. Lasota. *Ergodic Problems in Biology*. Société Mathématique de France. Asterisque **50** (1977) 239–250.
- [3] A. Lasota. *Invariant measures and a linear model of turbulence*. Rend. Sem. Mat. Univ. Padova, Vol. **61** (1979) 39–48.
- [4] A. Pelczar, J. Szarski. *Wstęp do teorii równań różniczkowych. Część I. Wstęp do teorii równań różniczkowych zwyczajnych i równań różniczkowych cząstkowych pierwszego rzędu*. PWN, Warszawa (1987).
- [5] M. Ważewska-Czyżewska, A. Lasota. *Matematyczne problemy dynamiki układu krwinek czerwonych*. Matematyka Stosowana **VI** (1976) 23–40.