Matematyka – nowe oczy nauki

Redaktor prowadzący *PAUzy Akademickiej*, jako obywatel również Kanady, nie może oprzeć się chęci zamieszczenia pewnego akcentu kanadyjskiego z okazji święta narodowego Kanady – Canada Day – 1 lipca.

Poniżej publikujemy wykład Dr. Toma Brzustowskiego o ważności nowej matematyki stosowanej, wygłoszony podczas Annual General Meeting kanadyjskiej sieci Mathematics of Information Technology and Complex Systems (MITACS) Network of Centres of Excellence, 6 czerwca 2000, w Toronto, ON. W ciągu prawie dekady myśli zawarte w tym wykładzie nie straciły na aktualności.

Dr Tom Brzustowski (FRCS) w latach 1995–2005 był prezydentem Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada, głównej federalnej agencji finansującej i koordynującej kanadyjskie badania w nauce, inżynierii i technologii. Dr Tom Brzustowski jest uczonym w dziedzinie aeronautyki (Ph.D. w Aeronautical Engineering, Princeton, 1963) i był m.in. profesorem w University of Waterloo i University of Ottawa.

Dziękujemy dr. T. Brzustowskiemu za przekazanie tekstu tego wykładu. (AMK)

Tym razem nie chcę mówić o finansowaniu badań naukowych – chcę mówić o badaniach naukowych. Pragnę podzielić się pewnymi obserwacjami i przemyśleniami o matematyce, i proszę o przyjęcie ich jako obserwacji sympatyzującego nie-matematyka, którego spojrzenie jest bez wątpienia ograniczone.

Mam poczucie, iż widzę wyłanianie się *nowej matematyki stosowanej.*

Z mojego doświadczenia jako inżyniera, *dawna stosowana matematyka* działała mniej więcej tak: zachowanie się pewnych szczególnych form materii w szczególnych warunkach – nazwijmy to „zjawisko” – było opisane przez jakieś „prawo” wyrażone pewnym równaniem. Kombinacja takich zjawisk, która była użyteczną reprezentacją czegoś rzeczywistego i interesującego, opisana była przez układ równań, które należało rozwiązać. Nie było kwestii, czy te równania były „poprawne”. Zakładało się, że zagadnienia takie, jak istnienie rozwiązania, zostały już załatwione przez kogoś innego; celem było dostrzeżenie szczegółów.

Badania w ogólności polegały na rozwiązywaniu przejściowych i nieliniowych cząstkowych równań różniczkowych z takimi warunkami początkowymi i ograniczeniami, jakie odzwierciedlały opisywaną sytuację. Jeżeli rozwiązania uzyskane poprzednio dla innych problemów mogły zostać ułożone razem w pewien „bruk” tak, aby znaleźć rozwiązanie, to było o wiele lepiej. Matematyka mogła nie być nowa, ale praktyczny wynik był.

Ale czasami było potrzebne coś całkowicie nowego, a kierującej intuicji było niewiele. Aby ułatwić pewne wyczucie co do spodziewanych rozwiązań, sprytni ludzie wymyślili linearyzacje, przypadki graniczne, quasi-stabilne przybliżenia itd. oraz niekiedy rozwiązania w zamkniętej formie dla pewnych pokrewnych problemów. Tego rodzaju wynik był niekiedy na tyle ważny, że sam został nazwany czyimś prawem. Ale wyzwaniem było otrzymanie rozwiązania dla pełnego problemu, w jakikolwiek sposób, który by działał.

W *nowszej matematyce stosowanej,* którą napotkałem w moich własnych badaniach naukowych, trudności zwiększyły się w dwóch kierunkach, które mnie wydają się fundamentalne. Po pierwsze, prawa opisujące zjawiska wchodzące w grę nie były znane w pełni – nawet, jeżeli system równań, w których te prawa były zawarte, został dobrze ustalony. W rzeczywistości, niekiedy takie prawa muszą być formułowane w sposób, który bardziej jest odbiciem wymagań rozwiązalności rządzących równań niż odbiciem fizyki zachodzącego procesu. Przykładem tego są różne prawa turbulencji, włączone w równania Navier'a-Stokes'a, które wiążą długoczasowe średnie wartości różnych efektów fluktuacji prędkości z lokalnymi średnimi składowymi prędkości. Warunek zamknięcia dla całego układu równań często narzuca sformułowania członów turbulentnego transportu. Druga trudność, którą uważam za fundamentalną, ma związek ze skalą: wiele ważnych problemów zawiera w sobie oddziaływujące zjawiska zachodzące w kilku skalach. Jest to cecha, która wyklucza użycie parametrów podobieństwa.

Przykład, który natychmiast przychodzi mi na myśl, dotyczy spalania gazu wyrzucanego przez coś, co jest nazywane „komin płomieniowy” – dla tych spoza przemysłu naftowego i gazowego: przez wielką pionową rurę. Średnica tego komina jest skalą długości, zaś średnia prędkość wypływającego gazu stanowi skalę prędkości. Ale zawsze jest i wiejący wiatr, stąd jego szybkość wprowadza drugą skalę prędkości. Ponadto, średni rozmiar turbulentnych powiewów wiatru definiuje jeszcze inną skalę długości. Tak więc, wyginanie się strugi gazu na wietrze i mieszanie się gazu z przepływającym powietrzem jest problemem o dwóch skalach długości i dwóch skalach prędkości. Nadto, kominy płomieniowe budowane są po to, aby spalać uciekający gaz, zaś reakcje chemiczne zachodzą w trzeciej jeszcze skali – wewnątrz cienkiego płomienia, którego grubość zdeterminowana jest przez średnią drogę swobodną molekuł i przez przebieg reakcji chemicznej o określającej go prędkości, często zwanej „szybkością płomienia”. To definiuje trzecią parę skal, o wiele mniejszych niż każda z pierwszych dwóch. Ale mimo wszystko, wymiana pędu, mieszanie się i spalanie – są wszystkie powiązane z sobą. Obecnie takie procesy rozwiązywane są numerycznie, a zaprojektowanie korzystnej numerycznej siatki jest zawsze wyzwaniem.

Proszę pozwolić mi na uogólnienie tego: *nowa matematyka stosowana pozwala na naukowe przewidywanie.* Nie sądzę, aby było coś nowego w tym stwierdzeniu, poza faktem, że coraz więcej dziedzin badawczych zdaje sobie z tego sprawę. To, co jest być może nowe – to, że w niektórych dziedzinach, np. w aerodynamice przy wysokich prędkościach, przewidywanie w dużym stopniu zastąpiło eksperymenty. I tak, w takiej aerodynamice, obliczeniowe przewidywanie szczegółów pola przepływu wokół skrzydła lub nawet wokół całego samolotu, zastąpiło sporo eksperymentowania w tunelu aerodynamicznym.

Postawmy to w kontekście tego, co robi nauka. Wydaje mi się, że nauka jest zaangażowana w dwa bardzo różne działania. Jedno ustala fakty, a drugie robi przewidywania.

W nauce, fakty nie są ustalane łatwo. Wyłaniają się one – przez zgodę społeczności naukowców – z szeregu eksperymentów, w których sprawdzane są hipotezy, analizowane błędy, ulepszane projekty doświadczeń, przeprowadzane lepsze doświadczenia, otrzymywane lepsze wyniki itd. Niekiedy projekt doświadczenia jest radykalnie zmieniany, gdy stają się dostępne nowe teorie i nowe metody eksperymentalne – ale taki właśnie ciąg jest kontynuowany. Wydaje mi się, że podobny proces zachodzi i w matematyce, z tą dużą różnicą, że poprawność matematycznego dowodu może być sprawdzona z ominięciem nieodłącznej niepewności eksperymentalnej nauki.

(dokończenie – str. 8)