

Fragmety rozmowy z profesorem **Robertem V. Moody**¹, FRSC, O.C., jednym z najwybitniejszych współczesnych matematyków kanadyjskich² (przekład polski, nieznacznie przeredagowany, AMK).

O różnych sposobach zatrudniania umysłu

Andrzej M. Kobos [AMK] – *Robertcie, zanim zaczniemy rozmawiać o matematyce, zapytam o lata, które Cię uformowały. Urodziłeś się w Anglii podczas wojny.*

Robert V. Moody [RVM] – Urodziłem się w 1941 r. pod Londynem. Doprawdy nie mam wiele wspomnień z Anglii. Mój Ojciec nigdy nie miał możliwości uzyskania formalnego wykształcenia, ale nawet jako dziecko był zainteresowany nauką. Potem był zafascynowany chemią, budowaniem różnych rzeczy, a w końcu przeszedł do elektroniki i radia. Przed wojną pracował w prywatnych firmach, które budowały radia itp. W pewnym sensie wojna Ojca urobiła, potrzebowano ludzi takich, jak on. Przeniesiono nas do miasteczka Great Malvern, gdzie prowadzono prace nad rozwojem radaru. Ojciec pracował z uczonymi, sam się przy tym uczył i stał się także naukowcem.

AMK – *Po wojnie wyemigrowaliście do Kanady.*

RVM – Przyjechaliśmy do Kanady w 1947 r. Przeniesiono nas do Deep River w północnym Ontario, miasteczka dla uczonych pracujących w Chalk River Laboratories. Ojciec pracował nad instrumentami pomiarowymi. Od najwcześniejszych lat otaczali mnie naukowcy. Deep River było dobrym miejscem, gdzie dziecko mogło dorastać wśród lasów i na plażach ciągnących się wzdłuż rzeki Ottawa.

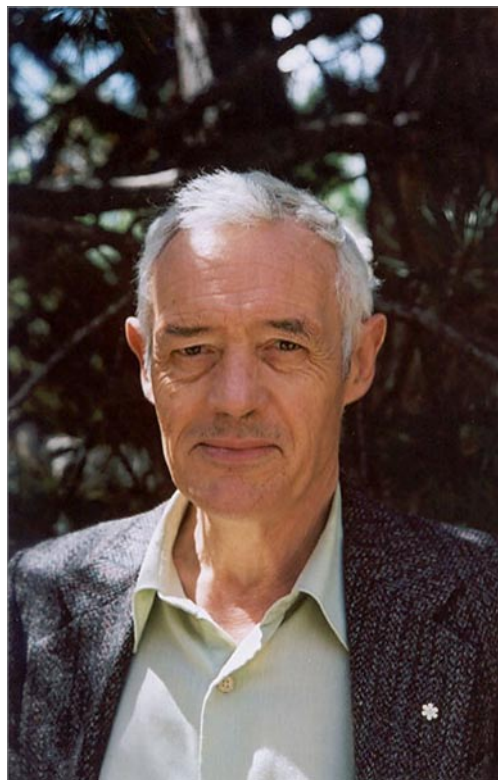
AMK – *Później osiedliście w Saskatchewan, gdzie ukończyłeś studia matematyki na Uniwersytecie Saskatchewan w Saskatoon...*

RVM – Tak. Ojcu zaproponowano profesurę na Uniwersytecie Saskatchewan w Saskatoon, objął tam stanowisko szefa Wydziału Inżynierii Elektrycznej. To jest historia sama w sobie, ponieważ nie miał żadnego stopnia uniwersyteckiego. A ja sam uzyskałem pierwszy stopień z matematyki (BA) na Uniwersytecie Saskatchewan w 1962 roku.

AMK – *Potem poszedłeś na Uniwersytet Toronto. Znanе nazwisko matematyka wyrobiła Ci 'Kac-Moody Algebra', którą wprowadziłeś do matematyki w 1966 r., niezależnie od Viktora Kaca. Czy mógłbyś, proszę, wyjaśnić w możliwie w prostych słowach, jaka to jest algebra?*

RVM – Tę pracę zrobiłem w latach 1965–66 jako swój doktorat. Było to zupełnie niezależnie od Kaca. Viktor Kac jest Rosjaninem. Wtedy mieszkał w Moskwie. Gdy stało się możliwe, by wyjechać z Rosji, wyjechał do Izraela,

a później do MIT. Obaj odkryliśmy te rzeczy z całkowicie różnych powodów. Inny matematyk, Daya-Nand Verma, był także bliski ich odkrycia; gdyby nie fakt, że moja praca doktorska poszła do oceny do jego promotora, Verma, prawdopodobnie kontynuowałby swoją pracę i także by to odkrył. Ja znalazłem się we właściwym miejscu we właściwym czasie.



fot. Andrzej Kobos

Robert Vaughan Moody

O co chodzi w tych algebrach? Jest bardzo trudno opisać to w kilku prostych słowach, ale odnosi się to do symetrii. W świecie ciągłej symetrii głównymi matematycznymi nośnikami symetrii są tzw. grupy Lie (nazwane tak od Sophusa Lie). Z kolei te są głównie kontrolowane przez swoje infinitesimalne algebry, zwane algebrami Lie. Wielkim osiągnięciem na początku XX wieku było sklasyfikowanie wszystkich prostych grup Lie – tj. tych, które nie mają prostszych czynników. Ich wewnętrzna struktura jest wysoce kombinatoryczna. Moim wkładem było dostrzeżenie, że ta struktura ma pewne piękne uogólnienia i że istnieje cała nowa klasa algebr Lie (obecnie wiadomo, że nieskończenie wymiarowych), które mogą być skonstruowane na podstawie tych prostych grup Lie. Stąd te nowe algebry klasyfikują nowe formy symetrii, a te nowe formy mają wiele fascynujących zastosowań w matematyce i fizyce.

¹ <http://www.math.ualberta.ca/~rvmoody/rvm/>

² <http://zwoje-scrolls.com/zwoje44/text07p.htm>

► **AMK** – *Więc Twoja miłość do symetrii zaczęła się już wtedy?*

RVM – Tak sądzę. Gdy spojrzysz wstecz na moje matematyczne życie, możesz powiedzieć, że całe ono było i jest wokół symetrii, chociaż ja nie miałem świadomego poczucia, że próbowałem uczynić je takim.

AMK – *Odnoszę wrażenie, że uważasz symetrię za jeden z najważniejszych aspektów wszechświata.*

RVM – Myślę, że to jest filozoficzne pytanie. Przede wszystkim pojęcie, co słowo „symetria” znaczy, zmieniało się z biegiem czasu. Sądzę, że to, co Grecy rozumieli przez symetrię, albo to, co ludzie rozumieli przez symetrię dwieście lub sto lat temu, nie jest tym samym, co przez symetrię rozumiemy obecnie. Jest to zmieniający się lub – może lepiej – ewoluujący koncept, obejmujący coraz to więcej. W XX wieku ten koncept miał wiele wspólnego z pojęciem grup – grupy są obiektami algebraicznymi, które są nośnikami symetrii. Reprezentacje tych grup są sposobami, przez które symetria manifestuje się w danej sytuacji. Mamy więc grupę – nośnik – i pewną reprezentację, która czyni symetrię widoczną *explicitie*.

Moje przecucie jest takie, że może to wzór, deseń [*pattern*] jest zasadniczy. Nie ma rozciągniętego wzoru, jeżeli ponownie nie napotyka się pewnego aspektu tej samej rzeczy. Wzór jest czymś, co odnosi się do powtarzania się – i tak samo symetria. Symetria znaczy, że coś jest niezmiennione: gdy poruszasz się w przestrzeni lub w czasie – idziesz do innego miejsca i coś się nie zmienia. Jakaś wielkość pozostaje zachowana. W tym sensie symetria i wzór są tym samym pojęciem. Wszystkie sprawy mieszczą się w tych kategoriach. Gdzie byśmy byli, gdyby słońce jutro nie weszło w bardzo podobny sposób, jak weszło dzisiaj, jeżeli prawa fizyki zmieniałyby się co godzinę, albo gdyby tkanina Przyrody była zupełnie bezforemna? Więc gdy pytasz, czy symetria jest jedną z najważniejszych rzeczy we wszechświecie – tak, zapewne niezmienniczość, wzór i powtarzanie się pewnej struktury.

AMK – *W cząstkach elementarnych i w skórze węża³...*

RVM – Tak, na przykład. We wszystkim. I myślę, że znajdziemy symetrię w tym szerszym sensie także i w mózgu. Mózg wydaje się zbudowany wokół powielania i rozpoznawania wzorów. Jest więc naturalne, że tak odczuwamy wszechświat.

AMK – *Symetrie na najbardziej fundamentalnym poziomie występują w fizyce cząstek elementarnych. Jednak w Modelu Standardowym symetrie muszą zostać złamane, aby otrzymać niezerowe masy cząstek. Czy dostrzegasz pewne łączące ogniwo między matematyką symetrii i fizyką cząstek?*

RVM – Tak, z pewnością. Ten typ matematyki jest fundamentalny w fizyce cząstek. Większość fizyków cząstek wie bardzo dużo o reprezentacji grup. Cała teoria kwarków została zbudowana wokół teorii reprezentacji. Sam Model Standardowy jest zbudowany wokół teorii reprezentacji pewnych grup. Teorie strun również wiele zapożyczają z teorii nieskończone wymiarowych algebr Lie i z konformalnej symetrii. Więc myślę, że jest nie do uniknięcia, iż teorie symetrii pojawiają się w tych fizycznych teoriach oraz jest również nieuniknione, że teorie fizyczne będą prowadziły do nowej matematyki.

Ale jest również i odwrotna strona symetrii. Doskonała niezmienniczość prowadziłaby do świata bez zmiany lub ewolucji – tak martwego jak świat, który byłby całkowicie przypadkowy. Więc to, że łamanie symetrii musi być wymagane jako część fizycznych teorii nie jest aż tak zadziwiające.

AMK – *Od lat dziewięćdziesiątych współtworzysz matematyczne podstawy aperiodycznego uporządkowania w kwazikryształach. Czy mógłbyś, proszę, powiedzieć coś więcej o tych „wzbronionych” symetriach pojawiających się w Przyrodzie?*

RVM – To jest dawna sprawa. Na długo zanim ludzie wiedzieli, czym kryształy rzeczywiście są, naukowcy zainteresowani kryształami zaczęli badać sieci krystalograficzne... Cofnijmy się trochę. Co to znaczy, że coś jest kryształem? Kryształ ma strukturę, która ma w sobie symetrię okresowego powtarzania się w trzech niezależnych kierunkach. Jest to jak powtarzane nakładanie na siebie cegieł w trzech kierunkach, aby wypełnić przestrzeń. To jest sposób, w jaki Przyroda to robi i taki jest najwykleszy mechanizm formowania ciał stałych – krystalizacji. Nawet skomplikowane molekuly – włączając DNA – krystalizują.

Dawno zostało odkryte, że z symetrią tego typu nie można mieć pięciokrotnej symetrii obrotowej. Taka symetria jest „wzbroniona”, albo raczej nie jest możliwe, aby siatka krystaliczna dopuściła pięciokrotną rotacyjną symetrię. Chociaż pięciokrotna symetria jest całkiem rozpowszechniona w Przyrodzie – np. w czymś takim, jak rozgwiazdy i kwiaty – nie może być zbudowanej powtarzalnej struktury, która jest zbudowana na pięciokrotnej symetrii, przynajmniej nie w ściśle periodyczny sposób. Jedną z fundamentalnych idei w krystalografii było, że kryształy są tym samym co sieci, i pewne typy symetrii nie są możliwe.

Było więc wielką niespodzianką, gdy faktycznie takie wzbronione struktury zostały odkryte przez Dana Shechtmana w Izraelu w 1982 r. Badał on pewne stopy metaliczne, które wytwarzał technikami gwałtownego oziębiania. Jeden z tych stopów dawał widmo dyfrakcyjne, które wskazywało, że to, na co patrzył, było zbudowane na ikosahedralnej symetrii. Pięciokrotna symetria istniała i... gapiła mu się w twarz!

Obecnie znane jest ponad 150 takich kwazikryształów. Jest ciągle mnóstwo tajemnic wokół nich, ponieważ niełatwo pojąć, jak Przyroda je tworzy. Mają one niewiarygodne, długozasięgowe wewnętrzne uporządkowanie i są w nich również pięciokrotne osie symetrii.

Ta tematyka zaciekała mnie, gdy zobaczyłem obrazek widma dyfrakcyjnego kwazikryształu. Piękne plamki, piękny kształt. Ale specjalne moje zainteresowanie brało się z grup Lie. W teorii Lie, w klasyfikacji prostych grup, o których już tu wspomnieliśmy, zachodzi pewne ograniczenie. Wewnętrzna struktura prostej grupy Lie jest dyskretną kombinatoryczną strukturą i – wchodząc głębiej – podstawowym tam obiektem jest skończona grupa generowana przez odbicia – tzw. grupa Coxetera. Okazuje się, że rzędy iloczynów par generujących odbicia są ograniczone do 2, 3, 4 i 6. Zauważ, że nie ma 5! Zachodzi to samo krystalograficzne ograniczenie, które widzieliśmy wcześniej.

Kiedy zobaczyłem kwazikrystaliczne widmo dyfrakcyjne, pomyślałem sobie: „Być może istnieje droga, po której teoria Lie mogłaby zostać rozszerzona, aby objąć te objekty?”. To był mój początkowy pomysł. Ale nigdy nie udało mi się tego zrobić. Z drugiej strony, coraz bardziej wrastałem w dziedzinę uporządkowania aperiodycznego. Jest to bardzo interesujące matematycznie. ►

³ Por. np.: *By Nature's Design*, W. Neill (photographs), P. Murphy (text), D. Ackerman (foreword). Chronicle Books, San Francisco 1993.

► **AMK** – *Aperiodyczne uporządkowanie jest nowym działem matematyki. Ponieważ kwazikryształy demonstrują się przez elektronowe struktury dyfrakcyjne, musi istnieć związek Twoich (i innych) prac matematycznych z fizyką atomową.*

RVM – Definitywnie ma to silną stronę fizyczną. Ludzie pracujący w fizyce kwazikryształów i w badaniach materiałowych są zainteresowani tymi problemami. Spora liczba eksperymentatorów pracuje również nad teorią, osiągając wspaniałe wyniki. Dyfrakcja jest oczywiście głównym sposobem, za pomocą którego usiłują uzyskać informacje. Jednakże z dyfrakcją zawsze istnieje problem odwrócenia – widmo dyfrakcyjne nie mówi nam o tym, jaka jest struktura, z której pochodzi. Nie jest możliwe, żeby wziąć widmo dyfrakcyjne i jednoznacznie powiedzieć, skąd przyszło. Oczywiście, jako eksperymentator zawsze masz dodatkowe fizyczne informacje i zwykle, gdy je powiążesz z dyfrakcją, możesz mieć nadzieję, że wydedukujesz położenia atomów, itd.

Ale jest to, jak sądzę, jedna z niewielu dziedzin, gdzie eksperymentatorzy i matematycy rozmawiają ze sobą, ponieważ z pewnością niektóre z podejść matematycznych do tego tematu są krytycznie ważne dla eksperymentatorów. Muszą mieć pewne modele i używają modeli w wyższych wymiarach, które faktycznie zostały wypracowane zarówno przez fizyków, jak i matematyków. Dla tych kwazikryształów, o których wiemy najwięcej, znane jest około 80% położenia atomów. Po 25 latach pracy! Jest to ciągle bardzo trudny problem⁴.

AMK – *Matematyka jest sposobem opisania rzeczywistości...*

RVM – Tak. Matematyka jest czymś szczególnym w tym sensie, że jest stosowalna i jest to mniemanie, że jest „właściwa”. Nie wiem jednak, jakie istnienie ma ona poza umysłem ludzkim. Mówi się, że każdy matematyk *robi* matematykę jako platonista: musi wierzyć, że jakoś wynik istnieje i próbuje go znaleźć. Z drugiej strony, ja naprawdę myślę, że my poza ludzkim umysłem, nic nie wiemy. Jest to problem, na który nie mam żadnej odpowiedzi!

AMK – *Niektórzy fizycy teoretycy twierdzą, że ostatnią matematycznie w pełni poprawną teorią w fizyce była mechanika kwantowa około 90 lat temu. Czy zgodziłbyś się z taką opinią na temat obecnego stanu fundamentalnych teorii fizycznych?*

RVM – Mnóstwo ludzi sądzi, że obecnie teoretyczna fizyka odeszła zbyt daleko od eksperymentu, a – jak dotychczas – teorie strun nie przyniosły wielu wyników, które mogłyby zostać sprawdzone eksperymentalnie. W tym sensie myślę, że są pewne trudności. Nie jestem biegły w tych dziedzinach. Ale pozwól mi coś powiedzieć – nawet jeżeli jest to bez sensu.

Wiemy, że na poziomie skali Plancka zwykłe pojęcia o geometrii się załamują. Większość matematyki oparta jest na teorii zbiorów, a większość geometrii na idei zbioru punktów. Ale punkty nie są rzeczami obserwowalnymi,

nawet w teorii. Stąd wydaje się to podejrzane! Podobnie fundamentalna rola liczb rzeczywistych zawsze wydawała mi się wątpliwa. Liczby rzeczywiste są tak sztuczną i skomplikowaną konstrukcją! Dlaczego liczby rzeczywiste miałyby być właściwym obiektem do sparametryzowania przestrzeni i czasu? Więc może to, czego brakuje – to totalnie nowe spojrzenie na geometrię. Wymagałoby straszliwej wyobraźni, aby taką stworzyć. Myślę, że teoretycy strun powiedzieliby, że to właśnie jest to, co robią. Ale mógłbym sobie wyobrazić coś dalece bardziej obrazoburczego niż to.

* * *

AMK – *Bob, początek naszej przyjaźni wzięt się z fotografii. Jesteś znakomitym fotografikiem. Twoje czarno-białe zdjęcia odbijają – myślę – Twoją duchowość⁵.*

RVM – Kocham fotografię. Lubię poczucie tworzenia obrazu. Uważam, że matematyka, którą uprawiam, wykorzystuje mój umysł w pewien sposób. Fotografika używa go w inny sposób – nie tylko, kiedy fotografuję, ale i kiedy robię powiększenia; w końcu uzyskuję obraz, który mi się podoba – i spędzam z nim wiele czasu. Jest w tym pewna świadomość jakiegoś odczucia i próby przekazania wizualnie tego, czym to odczucie jest.

Być może realnym zwiazkiem fotografiki z matematyką jest poziom abstrakcji czarno-białych fotografii. Patrzyć i wybierać coś, co ma zostać poddane abstrakcji. Czarno-biała fotografia ma zdolność wyizolowania, wyabstrakcjonowania i zogniskowania się na poszczególnych aspektach wzoru, formy i piękna – a te są jak sama matematyka. W prawdziwie wielkiej czarno-białej fotografii kombinacja światła, formy i faktury stwarzają niezatarte wrażenie. Jestem przekonany, że większość ludzi docenia tę właśnie abstrakcję w czarno-białych fotografiach. Kolor nie wywiera takiego samego efektu. Rzeczywiście, jeżeli kogoś poprosisz, by przypomnieć sobie fotografię, która dla niego była najbardziej uderzająca, prawie nieodmiennie będzie to jakaś wspaniała czarno-biała fotografia – jakiś Yousuf Karsh, Ansel Adams albo Cartier-Bresson.

Gdy patrzysz na zdjęcia, które robię, widzisz, że ja nie fotografuję symetrii. To mnie samego trochę zadziwia. Nie pociągają mnie rzeczy całkowicie symetryczne. Dlaczego tak jest? Cała moja matematyka obraca się wokół symetrii, ale, artystycznie, symetria nie jest dla mnie tak miła. To jest coś, czego w sobie doprawdy nie mogę pogodzić.

AMK – *Niektóre Twoje czarno-białe fotografie przypominają fotografie Ansel Adamsa, wielkiego amerykańskiego fotografika...*

RVM – Kiedyś byłem pod wielkim wpływem Ansel Adamsa. Miałem ochotę fotografować tylko krajobraz, ale gdy już zacząłem, to wkrótce fotografowałem również miejsca związane z duchowością. Lubię też fotografować rzeźby. Masz tu do czynienia z czymś wspaniałym i masz możliwość spojrzeć na to pod pewnym kątem, zobaczyć to w szczególnie sposób. Moje fotografie reprezentują moją emocjonalną reakcję na to, co widzę – czy to świat naturalny czy wytwory artystów, czy nowe wnętrza rzeczy, szczegół, struktura, czy chwilowo nawiązane zrozumienie między artystą a widzem.

Edmonton, Alberta, w czerwcu 2005; tekst autoryzowany
Przekład z angielskiego Andrzej M. Kobos

⁴ W „PAUzie” 144 Robert V. Moody napisał (tłum.): „Prawie aperiodyczne uporządkowanie pojawia się kiedykolwiek zaistnieją niewspółmierne wielkości, konkurujące ze sobą, i dlatego może ono wystąpić w jakiegokolwiek skali, nie tylko w atomowej skali. Prawdopodobnie najlepiej myśleć o tym zagadnieniu jako o próbniku rozległego i w znacznym stopniu nieznanego świata struktur, jakie leżą między doskonale uporządkowanymi (kryształy) i zupełnie nieuporządkowanymi (gazy). Między tymi dwoma ekstremami leży praktycznie wszystko, co interesujące w tym wszechświecie”.

⁵ Pominęta tu została część rozmowy o sferze duchowej.

Fotografika – Robert Vaughan Moody



W okolicy Mammoth Hot Springs
Woyoming, Yellowstone National Park, USA



Santa Clara Canyon
Big Bend National Park, Texas, USA



Patrząc na wschód
The Porcupine Hills, southern Alberta, Canada



Kościół Świętego Franciszka z Asyżu
Ranchos de Taos, New Mexico, USA



Totemy plemienia Haida
Vancouver, British Columbia, Canada



Złoty odpoczywający Budda
Wat Po, Bangkok, Thailand